

ВСЕСОЮЗНОЕ ОБЩЕСТВО
ПО РАСПРОСТРАНЕНИЮ ПОЛИТИЧЕСКИХ И НАУЧНЫХ ЗНАНИЙ

ЧЛЕН-КОРРЕСПОНДЕНТ АН СССР

Б. Н. ДЕЛОНЕ

МАТЕМАТИКА И ЕЕ РАЗВИТИЕ В РОССИИ

Стенограмма публичной лекции,
прочитанной в Центральном лектории
Общества в Москве



ИЗДАТЕЛЬСТВО „ПРАВДА“

МОСКВА

1948 г.

ВСЕСОЮЗНОЕ ОБЩЕСТВО
ПО РАСПРОСТРАНЕНИЮ ПОЛИТИЧЕСКИХ И НАУЧНЫХ ЗНАНИЙ

Член-корреспондент АН СССР
Б. Н. ДЕЛОНЕ

МАТЕМАТИКА И ЕЕ РАЗВИТИЕ В РОССИИ

Стенограмма публичной лекции,
прочитанной в Центральном
лектории Общества в Москве

Редактор — академик **И. М. ВИНОВАДОВ**

А 04591

Тираж — 30000 экз.

Заказ № 746.

Типография газеты «Правда» имени Сталина. Москва, улица «Правды», 24.

Чтобы оценить роль России в развитии математики, следует хотя бы кратко упомянуть о последовательных тенденциях исторического развития всей мировой математики в целом.

Простейшие понятия математики — натуральные числа 1, 2, 3, 4..., прямая, точка, окружность и т. д., — появились у человека при помощи отвлечения из наблюдения им окружающего мира. Достаточно вспомнить, как дети постепенно привыкают к наименьшим целым числам — 1, 2, 3, 4. Сделаны многократные наблюдения, что маленькие дети часто уже хорошо понимают разницу между 1, 2 и более 2. Но всё, что больше 2, они называют 3 и лишь на разных частных примерах с трудом осваивают разницу между 3 и 4 и т. д. Выработка простейших понятий логики также связана с наблюдениями окружающей нас жизни. Таким образом, основные факты, с которыми оперирует математика, в некотором смысле представляют собою наиболее простые, наиболее экспериментально нами изученные факты. Но до каких глубин доходят математики, соединяя в сложные построения эти простейшие понятия при помощи этих простейших логических посылок!

Первое, что в тесной связи с повседневными нуждами развилось в математике,— это арифметика и элементарная геометрия и вызванная требованиями астрономии тригонометрия. Значительно позже, уже в новое время, появилась алгебра. В XVII и XVIII вв. развитие техники потребовало изучения изменения величин, т. е. функциональной зависимости, появились аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисления.

Это был «золотой век» математики. Тогдашняя механика и астрономия обогатили математику новыми важнейшими понятиями — «производная», «интеграл», «дифференциальное уравнение». Весь XVIII век был торжеством нового тогда анализа

бесконечно малых. Математики решали одну за другой важнейшие задачи, поставленные ей механикой и тогдашней техникой.

Девятнадцатый век был в большой мере веком критическим. Были уточнены теория пределов, теория сходимости рядов и вообще основы анализа. Одновременно с этим математики накапливали новые результаты в теории чисел, алгебре, геометрии, теории функций.

Во второй половине XIX и в XX столетии в связи с бурным развитием физики и более тонкой новой техники удельный вес теорий, которые не вмещаются в рамках математических идей двух прошлых столетий, становится столь значительным, что математика переживает новое расширение предмета своих исследований. В геометрии появляются новые понятия — «вектор», «тензор» и т. д. Состояние упругого напряжения в точке деформируемого тела характеризуется, например, тензором упругости, зависящим от шести чисел (три растяжения по осям и три кручения). В принципе относительности рассматривается четырёхмерное пространство. В квантовой механике состояние системы характеризуется бесконечно мерными величинами. Для разных подобных целей математики начинают рассматривать пространства четырёх измерений, n — измерений и даже бесконечного числа измерений, например, так называемые функциональные пространства.

С первого взгляда кажется: неужели можно представить себе такие вещи? Оказывается, можно и даже не так трудно. Поясним, например, один из аспектов бесконечно мерного пространства.

Точка M плоскости вполне дана, если заданы по знаку и величине её координатные отрезки X и Y (рис. 1). Будем их откладывать от O на двух параллельных прямых (рис. 2), тогда каждая пара таких точек M_x, M_y на этих параллелях будет изображать некоторую точку плоскости. Если так же откладывать на трёх параллелях координатные отрезки X, Y, Z точки M трёхмерного пространства (рис. 3), то каждая тройка таких точек M_x, M_y, M_z на этих параллелях будет изображать некоторую точку пространства (рис. 4).

Аналогично каждая точка n — мерного пространства будет задаваться системой n — точек M_1, M_2, \dots, M_n на n таких параллелях (рис. 5), и аналогично «точка» бесконечно мерного пространства будет изображаться так точками на бесконечном числе параллелей, то есть она в этой интерпретации будет представлять-

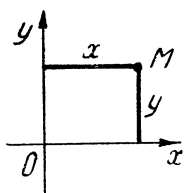


Рис. 1.

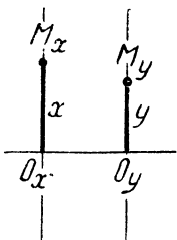


Рис. 2.

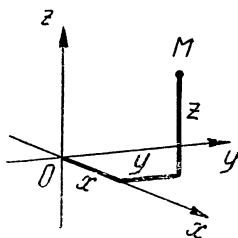


Рис. 3.

ся графиком некоторой функции (рис. 6). Если вместо точки брать вектор, идущий из начала в эту точку, то суммой таких векторов будет вектор, каждая из координат которого есть сумма соответствующих координат складываемых векторов. В случае бесконечно мерного пространства мы будем так получать сумму функций $f(x) + \varphi(x)$ и т. д. Это и есть функциональное пространство и функциональный анализ.

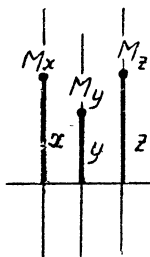


Рис. 4.

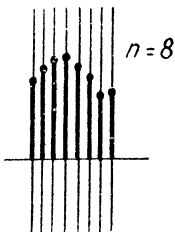


Рис. 5.

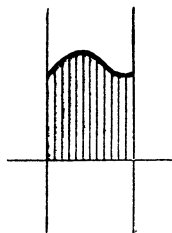


Рис. 6.

Возвратимся к прерванной приведённым примером мысли. Новые величины, которые рассматривает математика, часто имеют законы сложения и умножения совсем другие, чем обыкновенные числа. Например, векторное произведение двух векторов зависит от порядка множителей, то есть $a \times b$ не равно $b \times a$ и т. д. В связи с этими обстоятельствами самую алгебру начинают считать не столько наукой о решении алгебраических уравнений, сколько скорее наукой о свойствах множеств элементов любой природы с точки зрения установленных в этих множествах операций, т. е. действий (например, «сложение», «умножение») над этими элементами.

В связи с новой физикой в последнее время большое значение снова приобретают теория вероятностей и особенно разные

новые теоретико-вероятностные схемы. Например, цепная реакция, при помощи которой освобождается атомная энергия, связана с идеей рассмотрения вероятностей, связанных в цепь, и т. д.

В настоящее время математика переживает как бы новый «золотой век». Опять соседние науки ведут к обогащению математики новыми понятиями и к расширению предмета её исследований. В современной физике самое её движение вперёд и открытие новых фактов постоянно происходят при помощи математического прозрения и взаимодействия развития физики и математики. Всё это указывает на то большое значение, которое имеет теперь математика, и притом её высшие, только сейчас разрабатывающиеся части. Более того: многие физики считают, что развитие физики в последние годы вынудит математиков развить ещё более смелые идеи и ещё более мощные методы исследования.

* * *

Россия вступила в число стран, которым математика обязана своим основным прогрессом с основанием у нас два с четвертью века назад Академии наук, то есть на самой заре развития дифференциального и интегрального исчисления. Следует отметить, что Пётр I, приглашая академиков первого состава, обратился к математикам самого передового тогда направления, то есть к математикам, работавшим в области только что начинавшего развиваться анализа. Пётр, будучи талантливым кораблестроителем и выдающимся пропагандистом новейшей в ту пору техники, отлично понимал, какое огромное значение для развития техники имеют исследования Ньютона, Лейбница, Бернулли.

Наша Академия наук была основана в 1725 году. Через два года, в 1727 г., был приглашён в неё по рекомендации Даниила Бернулли тогда ещё 19-летний, гениальный швейцарец Эйлер, сделавший Россию своей второй родиной. С этого времени, в течение более чем двух столетий, Петербургская академия наук остаётся одним из основных центров математики в мире. Эйлер через семью Бернулли был связан с прямыми продолжателями дела Ньютона. Нет области математики, в которой бы Эйлер не сделал важных открытий. Студенты вузов и сейчас в любой части курса встречают то формулу Эйлера, то углы Эйлера, то уравнения Эйлера и т. д. Несомненно, что Петербургская школа математики и до наших дней сохраняет влияние Эйлера.

Среди выдающихся имён между Эйлером и Чебышевым следует упомянуть академика Остроградского, сделавшего наряду с английскими математиками Грином и Стоксом важный вклад в теорию кратных интегралов. Примерно в эпоху Остроградского жил и работал в Казани один из самых гениальных геометров всех времён, создатель неевклидовой геометрии, Николай Иванович Лобачевский. Эйлер, Остроградский, Лобачевский характеризуют блестящий начальный период русской математики.

Лобачевский сделал крупнейший (какой был когда-либо вообще сделан) и самый принципиальный вклад в геометрию. Он показал, что тянувшиеся на протяжении более 2 тысяч лет попытки «доказать» постулат о параллельных потому все не удавались, что его доказать нельзя. Можно, оказывается, построить другую, чем у Евклида, последовательную геометрическую схему, в которой все аксиомы такие же, как у Евклида, и только одна — аксиома о параллельных — иная.

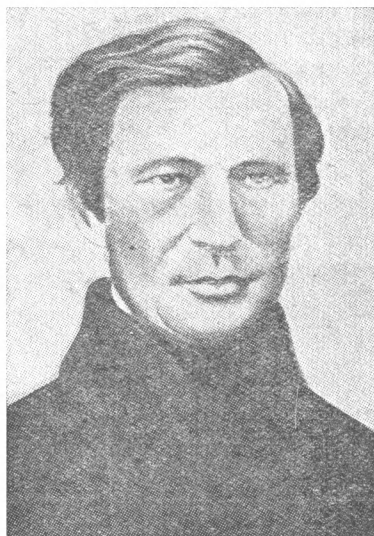
Работы Лобачевского имели два важнейших последствия. С одной стороны, они были началом изучения различных возможных геометрий, отличных от евклидовой, и тем самым послуживших началом изучения свойств нашего реального пространства в целом, впоследствии вылившегося в знаменитый «принцип относительности». С другой стороны, эти работы подчеркнули важность в математике аксиоматического метода, и потому их можно в некотором отношении считать одним из источников абстрактной математики вообще. На дальнейшей разработке идей Лобачевского создались понятия интерпретации (модели) в геометрии и многое другое.

В 40-х годах прошлого века Академия наук предприняла издание арифметических исследований Эйлера. Эту работу поручено было сделать академику Буняковскому, который в помощь себе пригласил ещё молодого тогда Пафнутия Львовича Чебышева. Таким образом, в конце 40-х годов Чебышев был погружён в изучение арифметических исследований Эйлера.

В 1849 г. появилась докторская диссертация Чебышева — «Теория сравнений», долгое время бывшая единственным русским руководством по теории чисел. Последнее, третье, приложение к ней, озаглавленное «Об определении числа простых чисел, не превосходящих данной величины», содержит знаменитый 1-й мемуар Чебышева о простых числах. В 1852 г. вышла вторая работа



Н. И. Лобачевский.



П. Л. Чебышев.

Чебышева — «О простых числах». Этими двумя работами Чебышев сразу встал в ряды самых первых мировых учёных.

В чём же дело? Всякому известно, что среди обыкновенных, целых положительных чисел одни — составные, как 4, 6, 8, 9, 10, другие — простые (т. е. не раскладываются в произведение меньших множителей) — это 2, 3, 5, 7, 11... Простые числа играют роль тех основных камней, из которых посредством умножения строятся все целые числа. Ещё Эвклид показал, что простых чисел бесконечно много. Но как они распределены в ряду всех целых чисел, оставалось неизвестным. Первый, кто после Эвклида пошёл верным путём в вопросе о простых числах и достиг важных результатов, был Чебышев. Он показал, что число простых чисел, не больших данной величины x , приближённо равно x делённому на $\log x$.

Есть нечто общее между Чебышевым и Лобачевским. Им было суждено после более чем 2000-летних бесплодных усилий математиков всех народов: одному — сдвинуть с места глубочайший вопрос об основаниях геометрии, а другому — пробить брешь в труднейшем вопросе арифметики — о распределении простых чисел в ряду всех натуральных чисел.

Но это — только одно из творений Чебышева. Работы Чебы-

шева необыкновенно разнообразны. За работой по теории вероятностей следует работа по интегральному исчислению, за ней — работа о простых числах, затем — работа по теории механизмов и т. д. В этом Чебышев подобен великим классикам нашей науки Эйлеру и Лагранжу.

Но, пожалуй, наиболее важны и своеобразны работы Чебышева о приближённом представлении функций.

Дело заключается в следующем. Пусть в каком-нибудь вопросе рассматривается некоторая функция $f(x)$ от переменной величины x . Нельзя ли заменить $f(x)$ более простой функцией, которая мало бы отличалась от $f(x)$? Нельзя ли, например, для этой цели взять простейшую функцию — целый многочлен — от x , 1-й, 2-й, 3-й, 4-й или какой понадобится степени? Возникает вопрос о приближённом представлении заданной функции многочленом данной степени. Бернулли, Эйлер, а особенно Ньютон, и большинство других математиков до Чебышева как раз этим способом и решали множество задач. Но они умели либо при помощи разложения в ряд находить многочлен, который возможно меньше отклоняется от данной функции $f(x)$ около одного заданного значения x , либо при помощи так называемых интерполяционных формул находить многочлен, который точно равен данной функции при нескольких заданных значениях x . Но как он от неё отклоняется между этими значениями, оставалось неизвестным. Важная задача — найти из всех многочленов заданной степени тот, максимальное отклонение которого от данной функции $f(x)$ на всём данном промежутке изменения x от a до b наименьшее, — была поставлена и во многих случаях решена Чебышевым. Оказалось, что даже для случая, когда функция $f(x)$ просто постоянная (например 0), а приближающие многочлены $P(x)$ имеют заданный старший коэффициент, получается совсем не тривиальная теория. Это так называемые многочлены Чебышева, в данном промежутке «наименее уклоняющиеся от нуля». Их графики получаются, если взять обыкновенную синусоиду, повернуть бумагу, на которой она начерчена, на цилиндр и спроектировать этот цилиндр на плоскость. Эти исследования Чебышев, между прочим, применил к улучшению механизма, называемого параллелограмом Уатта, служившего в прежних паровых машинах для прямолинейного ведения штока поршня.

Большое значение Чебышев придавал приближённым вычисле-

ниям. Его работа о механических квадратурах сделалась исходным пунктом ряда русских работ по приближённому интегрированию.

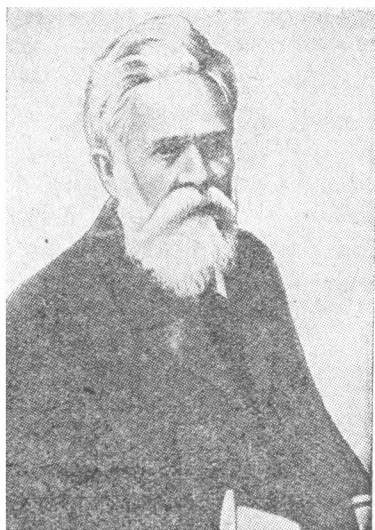
В одной своей публичной речи Чебышев говорил: «Сближение теории с практикой даёт самые благотворные результаты, и не одна только практика от этого выигрывает, сами науки развиваются под влиянием её». Теорию функций, наименее уклоняющихся от нуля, Чебышев придумал, желая решить один вопрос теории механизмов. Другая, ясно выраженная тенденция Чебышева была следующая. Он считал математическую задачу решённой только тогда, когда она доведена до удобного способа вычисления — до «алгорифма», как говорят математики. Обе эти точки зрения в высокой степени передались и ученикам Чебышева.

От Чебышева и до наших дней идёт так называемая Петербургская, или Чебышевская, математическая школа — одна из самых сильных и своеобразных математических школ в мире. Самыми блестящими её представителями последовательно были Александр Николаевич Коркин, Егор Иванович Золотарёв, Андрей Андреевич Марков, Георгий Федосеевич Вороной, Александр Михайлович Ляпунов, Владимир Андреевич Стеклов, Алексей Николаевич Крылов, а теперь являются ныне здравствующие славные наши академики Сергей Натанович Бернштейн и Иван Матвеевич Виноградов. К этой же школе принадлежат почти все современные математики Ленинградской школы, как живущие в Ленинграде, так и переехавшие в Москву с Академией наук.

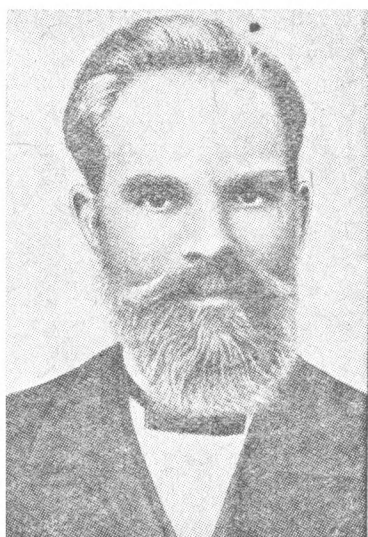
Важные результаты получены Петербургской школой в теории вероятностей. Кризис этой теории, который остановил её рост 100 лет назад, был преодолён гением Чебышева и его последователями, главным образом Марковым, Ляпуновым и Бернштейном. Теория вероятностей была перенесена из области применений лишь к азартным играм в область широких приложений к естествознанию.

Не буду говорить о глубоких и оригинальных работах Коркина, Золотарёва, Маркова, Вороного и других, главным образом современных, представителей Петербургской школы Венкова, Кузьмина, Линька, Лаппо-Данилевского, Маркова младшего, Голузина, А. Д. Александрова по теории чисел, по теории дифференциальных уравнений, по теории функций и по геометрии; более легко, пожалуй, пояснить, что сделал Ляпунов в механике.

Чебышев поставил Ляпунову задачу: какие формы, кроме



А. А. Марков.



А. М. Ляпунов.

эллипсоида, может принимать вращающаяся жидкая масса, элементы которой притягиваются по закону Ньютона?

В результате долголетних глубоких исследований Ляпунов получил блестящее решение всего этого вопроса о фигурах равновесия, имеющих важное значение при изучении вращающихся небесных тел. При этом, между прочим, оказалось, что грушевидная форма, которую вывел известный английский астроном Георг Дарвин, сын Чарлза Дарвина, как устойчивую, в действительности не устойчива. В противоположность Дарвину Ляпунов рассматривал проблему устойчивости как строго поставленную математическую задачу. Этот случай служит замечательным примером того, что лишь правильная математическая постановка задачи ведёт к качественно правильному физическому результату.

Знаменитый русский учёный, математик и механик, академик Алексей Николаевич Крылов дал теорию качки корабля, доставившую ему всемирную известность.

Академику Бернштейну принадлежат глубокие исследования по теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и теории приближённого представления функций. Он применил чебышевскую идею многочленов, наименее отклоняющихся от данной функции, для классификации самых функций от веще-

ственной переменной. В теории функций со времён Коши имеется три основных направления: теория функций комплексной переменной, теоретико-множественное изучение функций вещественной переменной и конструктивная теория функций вещественной переменной, созданная в большой мере Бернштейном.

Академик Виноградов дал непрерывный ряд исследований по теории чисел, несравненных по своей глубине, силе и тонкости, увенчавшихся в 1937 г. знаменитым доказательством предположения Гольдбаха для нечётных чисел, что всякое нечётное число либо само простое либо есть сумма трёх простых чисел. Своими работами он с честью поддержал арифметическую традицию Чебышева.

Глубина и своеобразие Чебышевской школы делают то, что некоторые из этих исследований далеко не сразу становятся достоянием западноевропейских и американских математиков. Примером может служить марковская теория минимумов неопределённых квадратичных форм. Но затем математики начинают внимательнее с ними знакомиться, и эти работы оплодотворяют их новыми важными и свежими идеями.

В 1900-х годах Петербургская математическая школа дала свои ответвления в провинции: в Харькове — благодаря академику Бернштейну, в Киеве — благодаря академикам Граве, Николаю Митрофановичу Крылову и Боголюбову и в последнее время в Тбилиси — благодаря академику Мухелишвили и в Казани — благодаря Чеботарёву. Они несли туда всё своеобразие и культуру школы Эйлера — Чебышева.

Благодаря Чебышевской школе в трёх областях — в теории чисел, в теории вероятностей и в теории приближённого представления функций — русские учёные сейчас занимают одно из первых, если не первое место в мире.

В Москве дело сложилось совсем иначе, чем в Петербурге. Если говорить не о механике во главе со знаменитыми нашими Жуковским и Чаплыгиным, а собственно о математике, то в Москве первоклассная математика появилась лишь в 1910-х годах.

Развитие московской математики тесно связано с новыми идеями, появившимися в математике в конце XIX и начале XX века. В это время начало развиваться так называемое абстрактное или теоретико-множественное направление, оказавшее влияние на перестройку всей математики в целом. Тогда как Петербургская школа в основном сравнительно мало восприняла это течение, мо-

лодая Московская школа сразу примкнула к нему и начала давать в этом направлении блестящие результаты. Академик Лузин создал в Москве школу теории множеств и теории функций действительного переменного, давшую первоклассные работы, влияние которых испытали на себе все московские математики. Теоретико-множественные методы были перенесены академиком Колмогоровым и Хинчиным в теорию вероятностей. Ими была создана Московская школа теории вероятностей.

В лице академика Андрея Николаевича Колмогорова мы сталкиваемся с математиком, отличающимся исключительной широтой области своих исследований, охватывающей самые разные отделы, начиная с вопросов математической логики и до задачи турбулентности газов.

Вскоре после начала развития теоретико-множественных методов в Москве, они были применены Урысоном и П. С. Александровым в топологии самой современной области геометрии. В дальнейшем московские математики — П. С. Александров, Колмогоров и Понтягин — создали методы, в большой мере определяющие лицо современной топологии и выдвинувшие советскую науку в этой части математики на одно из самых первых мест.

Блестяще развивается в Москве также абстрактная алгебра, теория чисел и функциональный анализ. Во всех этих трёх разделах москвичи Курош, Мальцев, Шнирельман, Гельфонд, Люстерник, Гельфанд получили важные результаты.

Московская школа математиков по духу своему как бы прямо противоположна Петербургской. Вместо любви к решению конкретных задач, к алгоритму, для Московской школы математиков характерно стремление к возможно большей общности создаваемых теорий, к выявлению самой их логической схемы, а также особый интерес к полной логической безукоризненности всех определений и доказательств. Это одна из самых современных школ.

Благодаря всесоюзным съездам математиков (1927, 1930, 1934 гг.) и переезду Академии наук в Москву ленинградские и московские математики всё больше сближаются друг с другом.

Вопросы математической физики, вопросы приложения математики—задача колебаний, теория волны, теория сжимаемой жидкости, теория упругости — интересуют сейчас наших учёных больше, чем когда-либо раньше. Ряд наших математиков, а

также физиков — Н. М. Крылов, Боголюбов, Андронов — работает над вопросами нелинейных колебаний, столь важными для радиотехники и некоторых областей механики.

В последние десятилетия как в Ленинграде, так и в Москве начинают появляться важные работы по математической физике и другим областям классического анализа. Некоторые из них стоят на грани с механикой. В Петербурге первыми такими работами были фундаментальные исследования Ляпунова по устойчивости движения, а затем работы Стеклова по математической физике, а в Москве — известные исследования Чаплыгина по механике и дифференциальным уравнениям. В 20-х годах как в Ленинграде, так и в Москве начинается проникновение в работы по классическому анализу современных математических идей — теорий функций, теорий интегральных уравнений и более общих идей функционального анализа. Лаврентьевым, Петровским, Смирновым, Соболевым, Степановым и другими наряду с решениями разных конкретных задач разрабатываются вопросы качественного изучения классических проблем математической физики и теории дифференциальных уравнений.

Важнейшие задачи решаются академиками Христиановичем и Келдышем.

Оглянемся назад. Как мы видим, русскую математику в целом характеризуют в первую очередь мощная, имеющая более чем 200-летний период развития и наиболее близкая нашей Академии наук школа Эйлера — Чебышева; молодая, но блестящая Московская школа, уединённо стоящий гениальный Лобачевский и комплекс работ по классическому анализу и его приложениям, в которых сближаются оба наши основных направления: ленинградское и московское.

Конечно, дальнейшее синтезирование обоих направлений, в особенности в области приложений, очень желательно. Но не надо забывать, что самым существованием двух таких совершенно различных и вместе с тем первоклассных математических школ, выдвинувших нашу математику на одно из самых первых мест, может только гордиться наша великая страна.

* * *

Современное состояние математики в Советском Союзе по сравнению с математикой в царской России (например, на грани XIX и XX столетий) можно кратко охарактеризовать так. Если в царское время в России было 2—3 крупных математика между-

народного значения (обыкновенно академики-математики), а остальные непосредственно следовавшие за ними математики были уже значительно меньшего масштаба, то теперь у нас таких же крупных математиков — 5—6, а непосредственно следующие за ними сравнительно немного им уступают.

Советская математика отличается весьма полным охватом всей современной математической науки. В любой из многочисленных её областей у нас есть крупные представители.

Математическая жизнь в Советском Союзе достигла в последние годы необычайной интенсивности. Характерно для этого, например, то, что в Московском университете каждый год ведётся более ста различных необязательных специальных курсов и семинаров.

Наконец, можно сказать ещё следующее: математику в целом можно разделить на такие основные разделы — арифметику (теорию чисел), алгебру, анализ, геометрию и теорию вероятностей. И, как мы видели, в двух из этих направлений самые глубокие вещи были начаты русскими учёными: в геометрии — Лобачевским, а в теории чисел — Чебышевым. Не подлежит сомнению, что гениальные работы Лобачевского и Чебышева давали и дают русским математикам уверенность в себе, помогающую им преодолевать величайшие научные затруднения и добиваться выдающихся результатов. Эта уверенность в себе сопутствует им до сих пор, и, несомненно, она будет им сопутствовать и в дальнейшем.

ЛИТЕРАТУРА

Гнеденко Б. М. — Краткие беседы о зарождении и развитии математики. — М.-Л. Изд-во Акад. педагогических наук РСФСР. 1946. 40 стр. (Акад. педагог. наук РСФСР. Научно-исслед. ин-т метод. обучения. Педагог. б-ка учителя).

История зарождения и развития математики в России. Выдающиеся русские математики XVIII, XIX, XX вв. Русские математические школы.

Гнеденко Б. М. — Очерки по истории математики в России — М.-Л. Гостехиздат. 1946. 247 стр. с илл. Библиогр. 37 назв.

Александров П. С. — Русская математика XIX и XX вв. и её влияние на мировую науку. — В кн.: Учёные записки Моск. ордена Ленина Гос. университета им. М. В. Ломоносова. Вып. 91. «Роль Русской науки в развитии мировой науки и культуры», т. I, кн. 1. — М. 1947, стр. 3—33.

Делоне Б. Н. — Петербургская школа теории чисел. — М.-Л. Изд-во Акад. наук СССР. 1947. 422 стр. с портрет. и списком работ.

Делоне Б. Н. — Развитие теории чисел в России. — В кн.: Учёные за-

тиски Моск. ордена Ленина Гос. университета им. М. В. Ломоносова. Вып. 91. «Роль Русской науки в развитии мировой науки и культуры», т. I, кн. I. — М. 1947, стр. 77—96.

Колмогоров А. Н. — Роль русской науки в развитии теории вероятностей. В кн.: Учёные записки Моск. ордена Ленина Гос. университета им. М. В. Ломоносова. Вып. 91. «Роль Русской науки в развитии мировой науки и культуры», т. I, кн. 1. — М. 1947, стр. 53—64.

Степанов В. В. — Московская школа теории функции. В кн.: Учёные записки Моск. ордена Ленина Гос. университета им. М. В. Ломоносова. Вып. 91. «Роль Русской науки в развитии мировой науки и культуры», т. I, кн. 1. — М. 1947, стр. 47—52.

Крылов А. Н. — Леонард Эйлер. — Л. Акад. наук СССР. 1933. 39 стр. с портр.

Жуковский Н. Е. — М. В. Остроградский. Речь. 1901—1902 гг. — В кн.: Н. Е. Жуковский. Полное собрание соч., т. 9, стр. 389—391.

Жуковский Н. Е. — Некоторые черты из жизни М. В. Остроградского (1902). — В кн.: Н. Е. Жуковский. Полное собрание соч., т. 9, стр. 292—397. 21 апр. 1948.

Александров П. С. — Н. И. Лобачевский — великий русский математик. Читано для учащихся средней школы 12/XI 1945 г. — М. «Молодая Гвардия». 1946. 24 стр. с илл.

Каган В. Ф. — Великий учёный Н. И. Лобачевский и его место в мировой науке. — М.-Л. Изд-во Акад. наук СССР. 1943. 56 стр.

Каган В. Ф. — Лобачевский. — М.-Л. Изд-во Акад. наук СССР, 1944. 344 стр. с илл. и портр. (Акад. наук СССР. Научно-популярн. серия. Биографии).

Николай Иванович Лобачевский (1793—1943). — М.-Л. Гостехиздат. 1943. 100 стр. с илл. и портр. **Содержание:** Александров П. С. Николай Иванович Лобачевский. Краткий очерк жизни и деятельности. Александров П. С. Что такое неевклидова геометрия. Колмогоров А. Н. Лобачевский и математическое мышление девятнадцатого века.

Холодковский В. — Николай Иванович Лобачевский. Под науч. ред. проф. Н. А. Глаголева. — М. «Молодая Гвардия». 1945. 143 стр. (Великие русские люди).

Крылов А. Н. — Пафнутий Львович Чебышев. Биограф. очерк. — М.-Л. Изд-во Акад. наук СССР. 1944. 20 стр. с черт. и портр.

Стеклов В. А. — Теория и практика в исследованиях Чебышева. — Успехи математических наук. Новая серия. 1946, т. I, вып. 2, стр. 4—11.

Бернштейн С. Н. — Чебышев, его влияние на развитие математики. — В кн.: Учёные записки Моск. ордена Ленина Гос. университета им. М. В. Ломоносова. Вып. 91. «Роль Русской науки в развитии мировой науки и культуры», т. I, кн. 1. — М. 1947, стр. 35—45.

Молодчий В. — Пафнутий Львович Чебышев. — Математика в школе. 1946. № 3, стр. 13—16, с портр.

Краткий очерк жизни и деятельности.

Центральная политехническая библиотека.

Цена 60 коп.